

О.В. Мокрицька¹, Т.Ю. Заячук²

¹Кафедра систем автоматизованого проектування, Національний університет «Львівська політехніка», Україна, Львів, вул. С. Бандери 12, <https://orcid.org/0000-0002-2887-9585>
olha.v.mokrytska@lpnu.ua.

²Кафедра інженерії програмного забезпечення, Національний лісотехнічний університет, Україна, Львів, вул. Генерала Чупринки, 103, <https://orcid.org/0009-0006-6024-3903> taras.zayachuk@nltu.edu.ua.

APPLICATION OF MACHINE LEARNING METHODS FOR AUTOMATED SELECTION OF TWO-DIMENSIONAL APPROXIMANTS

Abstract – Modern challenges in processing complex data require new approaches to modeling. One promising direction is the use of machine learning to automate the selection of approximants. This paper presents an approach to the automated selection of two-dimensional approximants using machine learning methods. The automation of approximant selection aims to improve the accuracy of modeling complex data, reduce computational costs, and provide flexibility of algorithms under various conditions. The proposed methods can be used for approximating nonlinear functions with a large number of data points, particularly in computer modeling and engineering analysis tasks. Practical results of algorithm applications are described, demonstrating that the proposed solutions significantly enhance computational efficiency.

Keywords – Machine learning, approximation, automation, computational resources.

Однією з основних проблем у сучасних дослідженнях, пов'язаних із моделюванням та обчислювальною математикою, є необхідність апроксимації функцій, що визначаються у двовірному просторі. Це може стосуватися різних галузей науки й техніки, включаючи інженерне проектування, обробку зображень, геоінформаційні системи та навіть медичну діагностику. У цих випадках, коли обробляються великі обсяги даних або коли функції, які потрібно апроксимувати, є нелінійними чи складними, класичні підходи, такі як

сплайни або поліноми, не завжди забезпечують достатню точність. Відповідно, виникає потреба в розробці нових методів автоматизованого вибору апроксимант, які б не лише поліпшували якість апроксимації, але й зменшували обчислювальні витрати

Останні дослідження у галузі машинного навчання демонструють, що використання регресійних моделей та нейронних мереж може значно поліпшити результати апроксимації у двовірному просторі. Нейронні мережі, зокрема, здатні ефективно знаходити нелінійні закономірності в даних, адаптуючись до різноманітних структур і типів залежностей між змінними [5]. Це робить їх особливо привабливими для автоматизованого вибору апроксимант у ситуаціях, коли стандартні методи не дають бажаних результатів або коли структура даних є занадто складною для традиційних підходів.

У статті [2] розглядаються численні методи, що використовуються для апроксимації нелінійних функцій. Визначено, що методи, такі як ансамблеві моделі та гібридні нейронні мережі, демонструють значний потенціал у підвищенні точності апроксимації. Вони дозволяють комбінувати кілька апроксимуючих функцій, що може привести до покращення узагальнюючих здібностей моделей. Наприклад, алгоритми випадкових лісів або градієнтного бустингу можуть бути ефективно використані для підбору оптимальних параметрів і структури апроксимуючих функцій.

Автоматизовані підходи, засновані на глибокому навчанні, не тільки знижують обчислювальні витрати, але й підвищують ефективність навчання. Наприклад, в умовах, коли дані містять шум або є неповними, нейронні мережі виявляють стійкість та здатність до корекції помилок, що робить їх ідеальними для роботи з реальними даними. У біомедичних дослідженнях або фінансових аналізах, де дані часто є неідеальними, алгоритми машинного навчання можуть адаптуватися до нестандартних ситуацій, що забезпечує стабільні результати.

Ключова ідея полягає в тому, щоб використовувати методи машинного навчання для автоматизованого аналізу даних і вибору оптимальних апроксимуючих функцій для конкретних задач [1]. Алгоритм, що здійснює

автоматичний вибір апроксимант, може працювати в кілька етапів. Спершу обираються кілька кандидатів на роль апроксимуючих функцій, таких як поліноми, сплайни, гаусові функції або нейронні мережі. Після цього ці функції перевіряються на наборі вхідних даних, і за допомогою методу градієнтного спуску оптимізуються їхні параметри, щоб мінімізувати похибку апроксимації.

Для ілюстрації розглянемо випадок апроксимації двовірної функції. Нехай маємо набір даних, що складається з точок (x_i, y_i, z_i) , де x_i і y_i є координатами у двовимірному просторі, а z_i — це значення функції в цих точках. Завдання полягає в тому, щоб знайти функцію $f(x, y)$, яка мінімізує похибку між передбачуваними та реальними значеннями функції:

$$E = \sum_{i=1}^n (f(x_i, y_i) - z_i)^2, \quad (1)$$

Ця формула відображає середньоквадратичну похибку, яку мінімізує алгоритм для кожної вибраної апроксимуючої функції. Завдяки методам градієнтного спуску можна ефективно шукати оптимальні параметри апроксимації навіть для складних функцій. Коли похибка стає мінімальною, обраний апроксимант вважається оптимальним для конкретного набору даних.

Однією з переваг використання нейронних мереж для апроксимації є їх здатність адаптуватися до дуже різних типів вхідних даних і автоматично визначати найбільш відповідні для них апроксимуючі функції. Такі моделі не вимагають ручного налаштування, оскільки всі необхідні параметри обчислюються автоматично на основі вихідних даних. Це дозволяє уникнути проблеми переналаштування та зменшує кількість помилок, які можуть виникнути при використанні класичних методів апроксимації [3].

Іншою важливою особливістю підходів, що використовують машинне навчання, є можливість значного зниження витрат на обчислювальні ресурси. У класичних методах апроксимації зростання кількості точок даних або ускладнення функції можуть значно збільшити час обчислень. Натомість алгоритми машинного навчання здатні швидко адаптуватися до таких змін,

забезпечуючи високу ефективність навіть у великих масштабах. Застосування таких методів особливо корисне в галузях, де ресурси обмежені, наприклад у мобільних пристроях або в умовах обмежених обчислювальних потужностей.

Практичне застосування розроблених алгоритмів було досліджено на прикладі моделювання складних фізичних процесів, таких як турбулентність у рідинах або напруження в матеріалах. У цих задачах автоматизований вибір апроксимант дозволив значно підвищити точність обчислень і скоротити час на моделювання. Крім того, такі методи знаходять застосування у фінансовій сфері, де важливо швидко обробляти великі обсяги даних для прогнозування та аналізу ризиків.

Ще одним важливим аспектом застосування машинного навчання для автоматизованого вибору апроксимант є можливість покращення роботи з шумними або неповними даними. У реальних умовах, особливо під час вимірювань у фізичних експериментах чи при зборі даних із сенсорів, часто трапляються похибки, викликані шумом, неточностями вимірювальних приладів або відсутністю частини даних. Класичні методи апроксимації не завжди здатні ефективно працювати з такими даними, оскільки вони можуть бути надто чутливими до неточностей і створювати надмірно складні моделі (проблема перенавчання), що призводить до поганої узагальнювальної здатності [4].

Алгоритми машинного навчання, особливо глибинні нейронні мережі, здатні працювати з даними, які мають значний рівень шуму або прогалини у вибірці. Наприклад, застосування регуляризаційних методів, таких як L1 або L2-регуляризація, допомагає уникнути перенавчання моделі та забезпечити більш стійку апроксимацію, навіть якщо дані не ідеальні. Окрім того, моделі можуть бути навчені на великій кількості різних наборів даних, що дозволяє їм адаптуватися до різних умов і типів похибок у даних, забезпечуючи стабільну роботу в реальних сценаріях [5].

Завдяки цьому машинне навчання дозволяє розширити межі застосування автоматизованих алгоритмів вибору апроксимант у сферах, де раніше це було

технічно складно або зовсім неможливо. Наприклад, у біомедичних дослідженнях, де обробка даних пацієнтів часто має справу з великою кількістю шуму або відсутністю частини показників, автоматизовані алгоритми можуть допомагати створювати моделі, що враховують ці недоліки і все ж таки дають точні прогнози.

Більш того, автоматизовані підходи дозволяють використовувати комбіновані моделі апроксимації, що поєднують кілька різних апроксимант для покращення загальної точності та надійності прогнозів. Наприклад, використання ансамблевих методів, таких як випадкові ліси або градієнтний бустинг, може бути ефективним для складних задач, де поєднання кількох різних апроксимант дозволяє зменшити ризик помилок, які можуть бути притаманні окремим моделям. Такі ансамблі можуть самостійно вибирати та зважувати апроксиманти на основі характеристик вхідних даних, забезпечуючи таким чином високий рівень адаптивності й точності у широкому спектрі застосувань [1].

Ще одним напрямом розвитку є застосування гібридних моделей, які поєднують класичні методи апроксимації з методами машинного навчання. Наприклад, можна використовувати сплайни або поліноміальні функції як базові апроксиманти, які доповнюються елементами нейронних мереж для більш точного моделювання нелінійних або складних залежностей. Такий підхід дозволяє отримати переваги обох методів: з одного боку, класичні методи забезпечують простоту й обчислювальну ефективність, а з іншого — нейронні мережі надають можливість врахування більш тонких деталей у структурі даних.

Висновок

З практичної точки зору, використання алгоритмів машинного навчання для автоматизованого вибору апроксимант є не лише теоретично перспективним, а й добре адаптується до багатьох реальних сценаріїв. Наприклад, у сфері обробки зображень такі алгоритми можуть застосовуватися для згладжування та реконструкції зображень на основі неповних або

пошкоджених даних. У галузі фінансової аналітики ці методи можуть використовуватися для прогнозування складних залежностей між ринковими показниками на основі великих наборів історичних даних, що містять значну кількість шуму. В геоінформаційних системах автоматизовані алгоритми вибору апроксимант можуть сприяти точнішому моделюванню ландшафту на основі даних, зібраних зі супутників, що також можуть містити значну кількість похибок.

Таким чином, використання методів машинного навчання для автоматизованого вибору двомірних апроксимант відкриває широкі можливості для підвищення точності обчислень, зниження витрат на обчислювальні ресурси та адаптації моделей до різних умов і типів даних. Це робить ці методи незамінними у багатьох галузях науки і техніки, де точність і ефективність обчислень відіграють ключову роль.

Список використаної літератури:

1. Fornasier, M., Heid, P., & Sodini, G. E. (2023). Approximation Theory, Computing, and Deep Learning on the Wasserstein Space. arXiv preprint arXiv:2310.19548.
2. H. R. Abdul Ameer, A. S. Jaddoa, H. A. AL-Challabi and D. S. Abdul-Zahra, "Approximation Algorithm Applications in Artificial Intelligence: A Review," 2022 Fifth College of Science International Conference of Recent Trends in Information Technology (CSCTIT), Baghdad, Iraq, 2022, pp. 43-48, doi: 10.1109/CSCTIT56299.2022.10145686.
3. Rung-Ching Chen, Christine Dewi, Su-Wen Huang & Rezzy Eko Caraka (2020). Selecting critical features for data classification based on machine learning methods. SpringerOpen Journal of Big Data 10.1186/s40537-020-00327-4
4. Bishop, Christopher. (2006). Pattern Recognition and Machine Learning. doi:10.1117/1.2819119.
5. Dongwei Chen, Fei Hu, Guokui Nian and Tiantian Yang (2020). Deep Residual Learning for Nonlinear Regression. Mdpi 1099-4300/22/2/193

6. Ching-pei Lee & Kai-Wei Chang (2020). Distributed block-diagonal approximation methods for regularized empirical risk minimization. Springer
Link [10.1007/s10994-019-05859-2](https://doi.org/10.1007/s10994-019-05859-2)