

## СЕКЦІЯ «ІНФОРМАЦІЙНІ ТЕХНОЛОГІЇ ПРОЕКТУВАННЯ»

**В.І. Ільницький, О.І. Думанський\*, І.Б. Борецька\***

студент групи ІСТс-21, НЛТУ України, Львів, Україна,  
[o.levtschen@gmail.com](mailto:o.levtschen@gmail.com)

\* к.ф.-м.н., доцент кафедри КН, НЛТУ України, Львів, Україна,  
[dumanskyi@nltu.edu.ua](mailto:dumanskyi@nltu.edu.ua)

\* к.т.н., завідувач кафедри КН, НЛТУ України, Львів, Україна,  
<https://orcid.org/0000-0002-6767-104X> [boretska@nltu.edu.ua](mailto:boretska@nltu.edu.ua)

### **Застосування середовища SolidWorks Simulation для дослідження напруженого стану пластинчастого елемента конструкції з торцевою виточкою**

**Анотація** – Робота присвячена застосунку середовища SolidWorks Simulation для дослідження напруженого стану пластинки – смуги з різними геометричними конфігураціями торцевої виточки при розтягуванні та чистому згинанні.

**Ключові слова** – середовище SolidWorks Simulation (SWS), концентрація напружень, торцева виточка (торцевий надріз), емпіричні формули, середнє квадратичне відхилення.

Актуальність теми. При проектуванні конструкцій, інструментів, деталей різноманітних верстатів, станків окремим їх частинам потрібно надавати складних геометричних конфігурацій або утворювати отвори, виточки. У таких випадках необхідно провести розрахунки на міцність відповідної деталі конструкції для обґрунтування вибору оптимальних геометричних параметрів контуру торцевої виточки.

Будь-яке порушення суцільності деталі конструкції: отвори, виточки, надрізи, потовщення є джерелами локального різкого збурення внутрішніх зусиль, тобто концентрації напружень. Мірою такого локального збільшення внутрішніх зусиль є коефіцієнт концентрації напружень, який дорівнює величині напруження при наявності концентратора до напружень в тій же точці при відсутності концентратора.

Не дивлячись на те, що зона збурення поля напружень обмежена, розподіл напружень є досить небезпечним для міцності конструкції внаслідок високого рівня концентрації напружень в околі концентратора. Конструктори повинні враховувати особливості поля напружень в зоні концентраторів і передбачити конструктивні міри зменшення ефекту концентрації напружень. Для цього використовуються проведені розрахунки в теоретичному плані за методами теорії пружності. Оскільки часто формули для розрахунку напружень в зоні концентратора мають громіздкий вигляд або внаслідок складності одержання аналітичного розв'язку будують чисельний розв'язок, що ускладнює проведення детального аналізу розрахунку міцності певної деталі конструкції, то із застосуванням середовища SWS можемо ефективно і просто одержати результати дослідження пластинчастих елементів конструкцій скінчених розмірів, в нашому випадку для пластинок – смуг. Згідно аналізу одержаних результатів можемо побудувати прості емпіричні формули розподілу концентрації напружень у вершишах концентраторів.

**Основний матеріал дослідження з обґрунтуванням отриманих наукових результатів.** У запропонованій роботі розглядається пластинчатий елемент конструкції, послаблений торцевою виточкою (Рис.1), який знаходиться під дією зусиль інтенсивності  $p$  або згинаючого моменту  $M$ , прикладеного в площині елемента. Досліджується напружений стан (властиво значення коефіцієнта концентрації напружень у вершині криволінійної виточки) пластинчатого елемента, зумовленого дією заданих силових факторів.

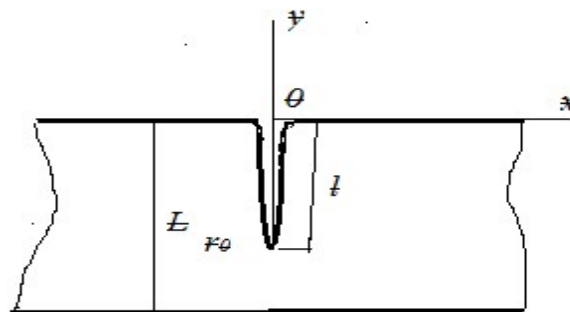


Рис. 1. Пластика – смуга з торцевою виточкою.

Контур торця пластинчастого елементу з криволінійною виточкою описується наступними параметричними рівняннями:

$$\begin{cases} x(\theta) = \frac{l \cos \theta}{2(\sin \theta - 1)} (1 + \sin \theta + 2\sqrt{2a}); \\ y(\theta) = \frac{l}{2} (\sin \theta - 1), \end{cases} \quad (1)$$

де  $l$  – глибина виточки,  $0 \leq \theta \leq 2\pi$ ,  $a = r_0 / l$ ,  $r_0$  – радіус заокруглення вершини виточки. Якщо  $r_0 = 0$ , то рівняння (1) опишуть контур торця пластини з криволінійною гострокінцевою виточкою.

Розв’язок задачі будується на основі використання аналітичних функцій та апарату конформних відображень. У даному випадку, для розв’язку поставленої задачі, побудована аналітична функція, яка здійснює конформне відображення фізичної області  $z$  з криволінійною виточкою на круг одиничного радіуса у параметричній області  $\zeta$ :

$$z = \omega(\zeta) = A \left( \zeta + \frac{m}{\zeta - i} + ib \right), \quad (2)$$

де,  $z = x + iy$ ,  $\zeta = \xi + i\eta$  – комплексні змінні, відповідно у фізичній площині  $z$  і параметричній  $\zeta$ , параметри:  $A = l/2$ ,  $m = -4(1 + \sqrt{2a})$ ,  $b = -1 - m/2$ .

Вважаючи, що торець пластинчастого елементу вільний від зовнішніх зусиль, то контурна умова запишеться у вигляді:

$$\varphi(\sigma) + \frac{\varpi(\sigma)}{\varpi'(\sigma)} \varphi'(\sigma) + \overline{\psi(\sigma)} = 0 \quad \text{на } \gamma, \quad (3)$$

де  $\gamma$  – контур одиничного круга, на внутрішню область якого відображена фізична область пластинчастого елемента.

Із контурної умови (3) знаходимо комплексні потенціали  $\varphi(\zeta)$  і  $\psi(\zeta)$ . Оскільки контур пластинчастого елементу вільний від зовнішніх зусиль, то розподіл напружень на ньому визначаємо згідно формули:

$$\sigma_\theta = 4 \operatorname{Re} \left[ \frac{\varphi'(\sigma)}{\varpi'(\sigma)} \right]. \quad (4)$$

Найбільш небезпечною точкою на контурі пластини є вершина виточки, тобто точка контуру, в якій  $\theta = -\pi / 2$ .

На основі приведеної формули (4), визначено концентрацію розподілу напружень на торцевій області пластинчастого елемента конструкції з виточкою у випадку одноосного розтягу зусиллями  $p$  та чистого згину моментом  $M$ , а саме:

– коефіцієнт концентрації напружень при розтягуванні зусиллями інтенсивності  $p$ :

$$\frac{\sigma_{\theta}}{p} = \frac{(3 + 2\sqrt{2a})(1 + \sqrt{2a})}{\sqrt{2a}(1 + 2\sqrt{2a})} ; \quad (5)$$

– коефіцієнт концентрації напружень при чистому згинанні моментом  $M$ :

$$\frac{J \cdot \sigma_{\theta}}{Ml} = \frac{2(1 + \sqrt{2a})^2}{\sqrt{2a}(1 + 2\sqrt{2a})} . \quad (6)$$

Це одержані аналітичні результати розподілу концентрації напружень у пластинчастому елементу конструкції у вигляді півплощини, ослабленої торцевою виточкою.

Оскільки, дослідження розподілу концентрації напружень у пластинчастому елементі конструкції у вигляді смуги, тобто коли глибина торцевої виточки сумірна з шириною пластинчастого елемента є достатньо складною у побудові замкнутого аналітичного розв'язку, то вирішено використати середовище SWS, згідно якого можна одержати бажаний результат дослідження.

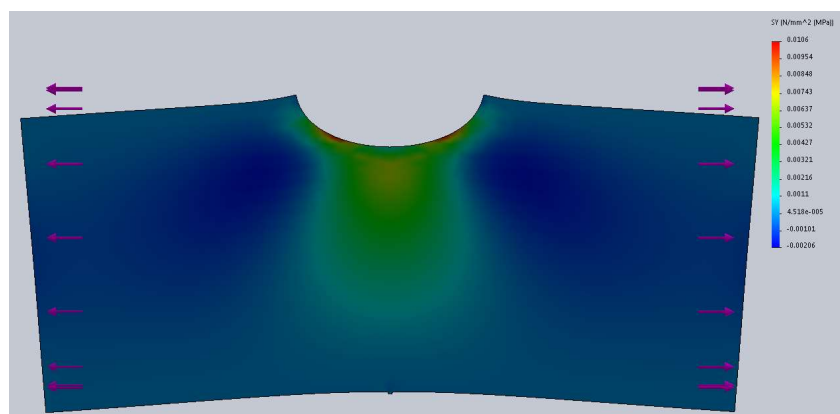


Рис. 2. Розподіл напружень у пластині.

Досліджувалися пластинчасті елементи, ослаблені такими виточками (рис. 3): напів круговою (а), напів еліптичною (б) і виточкою (в), яка подається у вище розглянутій задачі.

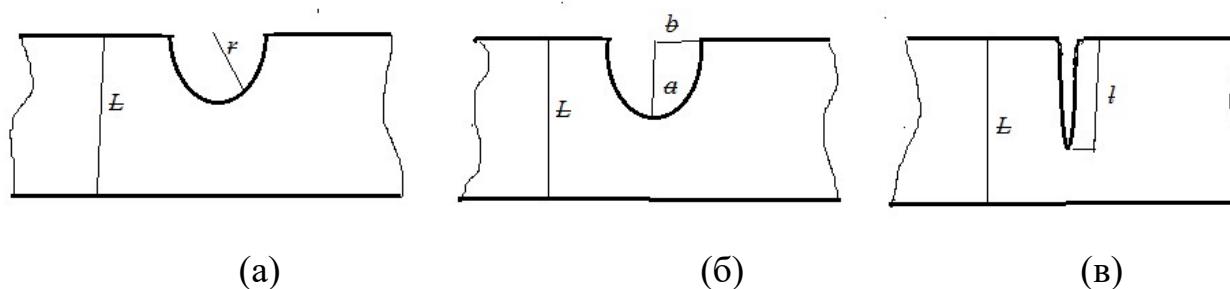


Рис. 3. Виточки вказаних конфігурацій.

Згідно аналізу одержаних значень, за методом апроксимації побудована емпіричні формули для встановлення залежності коефіцієнта концентрації напружень від ширину пластинки – смуги у вершинах виточок під дією розтягуючих зусиль:

- напів круговою (а):  $K = 3 + 12,5 \left( \frac{r}{L} \right)^3 + 20 \left( \frac{r}{L} \right)^2 - 1,7 \frac{r}{L};$

- напів еліптичною (б):  $K = 1 + a / b + 23,3 \left( \frac{a}{L} \right)^3 + 24 \left( \frac{a}{L} \right)^2 - 2,6 \frac{a}{L};$

- виточкою - щілиною (в):

$$K = 1 + \frac{32,3 \frac{r_0}{l}}{\frac{r_0}{l} \left( 11,4 \frac{r_0}{l} + 5,2 \right)} + 12,5 \left( \frac{l}{L} \right)^3 + 18 \left( \frac{l}{L} \right)^2 - 1,7 \frac{l}{L},$$

де  $L$  – ширина пластинки - смуги,  $r$  – радіус напів кругової виточки,  $r_0$  , - радіус заокруглення вершини виточки – щілини та її глибина  $l$ ,  $a$ ,  $b$  – півосі напів еліптичної виточки, відповідно  $a$  – велика та  $b$  – мала півосі.

**Висновки.** Концентратори напружень у вигляді торцевих виточок вносять суттєвий вплив на розподіл напруженого стану в їх області. Концентрація напружень у їх вершинах у 3 або 5 разів (залежно від геометрії виточки) вища порівняно з торцем без концентратора.

#### Список використаних літературних джерел

[1] Mike Spens. Automating SOLIDWORKS 2019 Using Macros. SDC Publications, United State, 2019, 378 p.

- [2] Фельдман Л.П., Петренко А.І., Дмитрієва О.А. Чисельні методи в інформатиці. – К.: Видавнича група ВНУ, 2006, 480 с.