

Квітослава-Ольга Яцина, Ярослав Соколовський*

¹ асистент кафедри ІСКМ, Національного лісотехнічного університету України, Львів, Україна. <https://orcid.org/0009-0008-9009-7796>.
yatsyna.k@nltu.edu.ua

² професор кафедри КН, Національного лісотехнічного університету України, Львів, Україна. <https://orcid.org/0000-0003-4866-2575>.
sokolowsky@nltu.edu.ua

Застосування мультифрактального аналізу для виявлення порушення цілісності кісткової тканини

***Анотація.** Досліджено застосування мультифрактального аналізу для автоматизованої диференціації інтактної та травмованої кісткової тканини на рентгенографічних зображеннях шляхом обчислення узагальнених фрактальних розмірностей та побудови класифікаційної моделі на основі виявлених спектральних характеристик. Встановлено, що параметри великомасштабної структурної організації демонструють найвищу дискримінантну здатність класифікації, що підтверджує перспективність методу для створення допоміжних систем рентгенологічної діагностики порушень цілісності скелета.*

***Ключові слова** – фрактальна розмірність, логістична регресія, статистичні дескриптори, спектральні характеристики.*

Мультифрактальний аналіз представляє собою математичний апарат для оцінювання складних неоднорідних структур, де коефіцієнти фрактальної розмірності змінюються залежно від масштабу сегментації досліджуваного об'єкта. На відміну від монофрактальних систем, що характеризуються сталим показником самоподібності на різних рівнях детальності, мультифрактальні структури демонструють варіативність цього параметра, що робить їх придатними для аналізу біологічних тканин. Рентгенографічні зображення кісткової тканини належать саме до таких складних мультифрактальних утворень, оскільки трабекулярна архітектоніка та кортикальний шар демонструють неоднорідність на різних масштабах розгляду [3].

У процесі підготовки експериментального матеріалу зображення приводились до уніфікованого розміру та нормалізувались за спектром яскравості,

що забезпечує коректність порівняльного аналізу між групами інтактних та травмованих кісток. Сегментація проводилась із застосуванням методики покриття прямокутними блоками різного розміру, від чотирьох до п'ятисот дванадцяти пікселів, що дозволяло обчислити суми інтенсивностей у межах кожного сегмента. Для кожного значення параметра q , що варіювався від мінус трьох до плюс трьох, обчислювались відповідні статистичні моменти розподілу, які надалі трансформувались у показники узагальненої фрактальної розмірності $D(q)$ [1], за формулою:

$$D_q = \frac{\tau(q)}{q - 1}, \quad (1)$$

де D_q – спектральна розмірність, $\tau(q)$ – функція спектру, q – коефіцієнт розмірності сегменту.

Візуалізація мультифрактальних спектрів виявила тенденцію до розбіжності між досліджуваними групами, проте безпосередній графічний аналіз не забезпечив достатньої диференціації для створення надійного діагностичного критерію (див. рис 1). У зв'язку з цим застосовувався алгоритм випадкового лісу для кількісного оцінювання вкладу окремих мультифрактальних характеристик у класифікаційну модель. Аналіз важливості ознак продемонстрував, що серед усіх обчислених параметрів найбільшу дискримінантну здатність мають показники $D(3.0)$, $D(0.5)$ та ширина мультифрактального спектра ΔD , що представляє різницю між максимальним і мінімальним значеннями узагальненої розмірності.

Статистична значущість відмінностей між групами для відібраних параметрів підтверджувалась непараметричним критерієм Манна-Уїтні, де для показника $D(3.0)$ отримано p -значення порядку 8.03×10^{-248} , для $D(0.5)$ – 2.76×10^{-97} , а для ΔD – 1.01×10^{-5} , що свідчить про виражену статистичну достовірність виявлених закономірностей. На основі цих трьох найінформативніших параметрів побудовано модель логістичної регресії, яка в режимі п'ятикратної крос-валідації досягла середньої точності класифікації близько шістдесяти восьми відсотків.

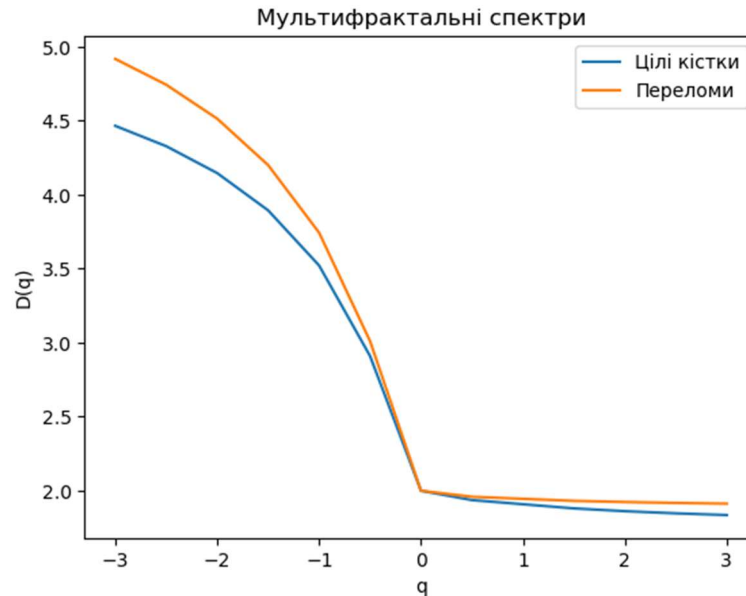


Рисунок 1. Мультифрактальні спектри

Особливої уваги заслуговує той факт, що параметр $D(3.0)$, що відповідає великим від'ємним значенням моменту q у трансформованій системі координат, виявився найбільш інформативним для детекції порушень цілісності. Фізично це означає, що для диференціювання інтактної та травмованої кістки критичним є аналіз великомасштабних структурних шаблонів, а не дрібних деталей архітектури. Такий результат має ґрунтовне біомеханічне обґрунтування, адже перелом порушує загальну організацію трабекулярної мережі та кортикальної безперервності, що проявляється саме на рівні макроструктурних характеристик зображення.

Розподіл густини ймовірності для виділених параметрів демонструє часткове перекриття між класами, що пояснює обмеження точності класифікації в межах семи десятих (див.рис. 2). Незважаючи на статистично значущі відмінності, варіативність усередині груп залишається суттєвою, що може бути пов'язано з різноманітністю типів переломів, анатомічних локалізацій та індивідуальних особливостей кісткової тканини пацієнтів. Параметр ΔD , що характеризує ступінь мультифрактальності структури, демонструє менш виражену диференціацію порівняно з конкретними значеннями узагальненої розмірності, про-

те його включення до моделі підвищує загальну предиктивну здатність класифікатора.

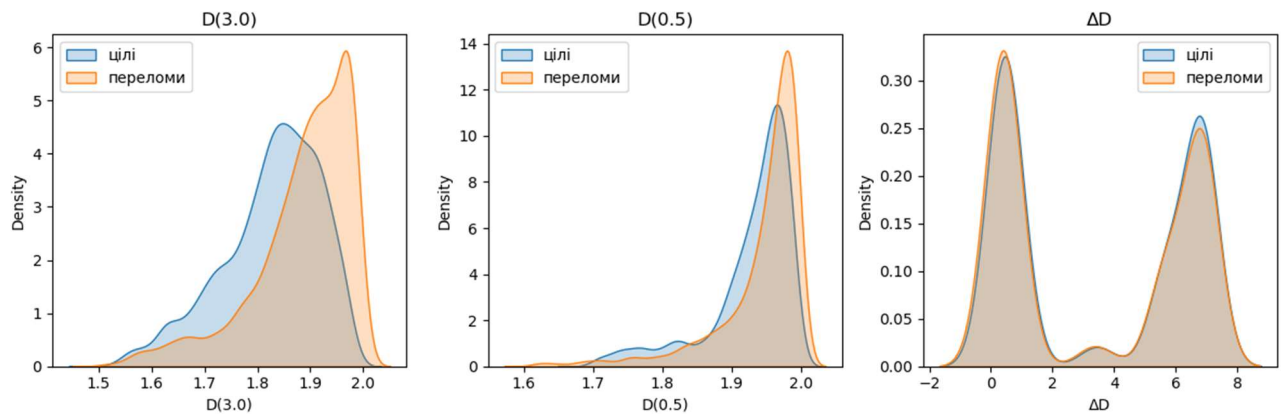


Рисунок 2. Визначення класів

Перспективи удосконалення розробленого методу пов'язуються із застосуванням архітектур згорткових нейронних мереж, які здатні автоматично виявляти та екстрагувати просторові паттерни на різних рівнях абстракції без необхідності апіорного визначення релевантних ознак [2]. Інтеграція мультифрактальних дескрипторів із глибинним навчанням може забезпечити синергетичний ефект, де традиційний математичний аналіз текстури доповнюватиметься здатністю нейромереж до розпізнавання складних нелінійних залежностей у високорозмірному просторі ознак, що потенційно дозволить досягти точності класифікації понад дев'яносто відсотків та зробити методику придатною для клінічного впровадження як допоміжного інструменту радіологічної діагностики.

Висновки. Проведено сегментацію зображень блоками змінного розміру з обчисленням статистичних моментів розподілу інтенсивностей, що дозволило отримати мультифрактальні спектри для інтактних та травмованих кісток. Побудовано класифікаційну модель логістичної регресії, яка досягла високої точності, що підтверджує принципову можливість диференціювання станів кісткової тканини за коефіцієнтними дескрипторами.

Практична значущість розробленого підходу полягає у створенні об'єктивного кількісного методу оцінювання структурних змін кісткової тканини, який може використовуватись як допоміжний інструмент діагностики для підвищен-

ня чутливості виявлення субклінічних порушень. Мультифрактальний аналіз надає можливість кількісно охарактеризувати складність та неоднорідність структур у спосіб, недоступний для традиційних методів візуальної оцінки чи простої денситометрії, що особливо важливо для ранньої діагностики патологічних станів.

Список використаних літературних джерел

- [1] Li H, Mukundan R, Boyd S. Novel Texture Feature Descriptors Based on Multi-Fractal Analysis and LBP for Classifying Breast Density in Mammograms. *Journal of Imaging*. 2021; 7(10):205. <https://doi.org/10.3390/jimaging7100205>
- [2] Baravalle R, Thomsen F, Delrieux C, Lu Y, Gómez JC, Stošić B, Stošić T. Three-dimensional multifractal analysis of trabecular bone under clinical computed tomography. *Med Phys*. 2017 Dec;44(12):6404-6412. doi: 10.1002/mp.12603. Epub 2017 Oct 28. PMID: 28972264.
- [3] A. A. Alshehri, T. Daws, and S. Ezekiel, "Medical Image Segmentation Using Multifractal Analysis", *Int. J. Adv. Sci. Eng. Inf. Technol.*, vol. 10, no. 2, pp. 420–429, Mar. 2020.

Application of multifractal analysis to detect bone tissue integrity disorders

Kvitoslava-Olga Yatsyna, Yaroslav Sokolovskyy

The application of multifractal analysis for automated differentiation of intact and injured bone tissue on radiographic images by calculating generalized fractal dimensions and building a classification model based on the detected spectral characteristics was investigated. It was established that the parameters of large-scale structural organization demonstrate the highest discriminative ability of classification, which confirms the promising nature of the method for creating auxiliary systems for radiological diagnostics of skeletal integrity disorders.