

СЕКЦІЯ «ІНТЕЛЕКТУАЛЬНІ ІНФОРМАЦІЙНІ СИСТЕМИ»

Т.С. Самотій, Я.І. Соколовський*

аспірант кафедри КН, асистент кафедри ІПЗ,
Національний лісотехнічний університет України, Львів, Україна.
<https://orcid.org/0000-0002-1317-8786>. t.samotiy@nltu.edu.ua

*професор кафедри САП, НУ «Львівська політехніка», Львів, Україна.
<https://orcid.org/0000-0003-4866-2575> . yaroslav.i.sokolovskyi@lpnu.ua

Нейромережевий метод чисельного моделювання вологоперенесення у фрактальних середовищах

Анотація – Розглянуто математичну модель розподілу вологісних полів у капілярно-пористих матеріалах з фрактальною структурою. Для опису моделі використано диференціальні рівняння у частинних похідних з дробовим порядком похідних. Чисельні розв'язки задачі були отримані за допомогою нейромережевого методу для різних значень дробових похідних. Виконано порівняння між числовими результатами, отриманими за допомогою прогнозування фрактальної мережі, та результатами, отриманими за допомогою чисельного методу скінченних різниць.

Ключові слова – процес масопереносу, дробові похідні, метод скінченних різниць, нейронні мережі на основі фізики.

Сучасна наука постає перед викликом у створенні адекватних математичних моделей нерівноважних фізичних процесів, особливо в системах з фрактальною структурою. Фізичні системи з фрактальною структурою мають унікальні властивості, такі як "пам'ять", складні просторові кореляції і ефекти самоорганізації. Створення відповідних математичних моделей для цих систем, де виявляються властивості самоорганізації та детермінованого хаосу, вимагає використання нетрадиційних підходів. У цьому контексті важливим є застосування математичного апарату диференціальних рівнянь з дробовими похідними.

У даному дослідженні математична модель вологоперенесення у капілярно-пористих матеріалах із фрактальною структурою описується диференціальним рівнянням у частинних похідних з дробовим порядком похідних за часом та простором та відповідними початковими й граничними умовами 3-го роду:

$$\frac{\partial^\alpha U}{\partial \tau^\alpha} = \sum_{i=1}^2 a_i \frac{\partial^\beta U}{\partial x_i^\beta}, \quad (1)$$

$$U|_{\tau=0} = U_0(\mathbf{x}), \quad (2)$$

$$a_i \frac{\partial^\nu U}{\partial x_i^\nu} \Big|_{x_i=0, l_i} = \beta_i (U_p - U|_{x_i=0, l_i}). \quad (3)$$

Ці рівняння враховують різноманітні коефіцієнти та умови, пов'язані з вологопровідністю та вологообміном.

Для подання моделі (1)-(3) у вигляді фрактальної нейронної мережі використовується архітектура fPINN [1]. Вихідні дані мережі наближають розв'язок диференціального рівняння (1) з дробовим порядком похідних та відповідають як початковим, так і граничним умовам (2)-(3):

$$\tilde{U}(\mathbf{x}, t) \approx N_U(N, \mu_U). \quad (3)$$

У цьому контексті, функцію втрат для виходу мережі N_U було визначено таким чином:

$$L_{N_U} = \eta_d L_d + \eta_U L_U + \eta_{U_{ic}} L_{U_{ic}} + \eta_{U_{bc}} L_{U_{bc}}, \quad (4)$$

де втрати, пов'язані із навчальним набором даних, обчислюються за допомогою формули:

$$L_d = \frac{1}{N_d} \sum_{i=1}^{N_d} \|\tilde{U}_i - U_i^*\|^2. \quad (5)$$

Функції втрат, які містять інформацію про фізику процесу, виглядають наступним чином:

$$L_{N_U} = \frac{1}{N_r} \sum_{j=1}^{N_r} \left(\frac{\partial^\alpha U}{\partial \tau^\alpha} \Big|_{\tau_j, x_{ij}} - \sum_{i=1}^2 a_i \frac{\partial^\beta U}{\partial x_i^\beta} \Big|_{\tau_j, x_{ij}} \right). \quad (6)$$

Для уникнення автоматичного диференціювання операторів з нецілим порядком похідних під час навчання нейронної мережі була використана їх заміна дискретними версіями та створені різницеві схеми для функції втрат.

Для моделювання нестационарного процесу створено програмний додаток мовою програмування Python. Проведено порівняльний аналіз числових результатів, отриманих за допомогою нейронної мережі та чисельного методу

скінченних різниць. У результаті моделювання отримано наступні графіки, які представлені на рисунку 1. Проаналізовано вплив різних значень дробових похідних на еволюцію вологісних полів.

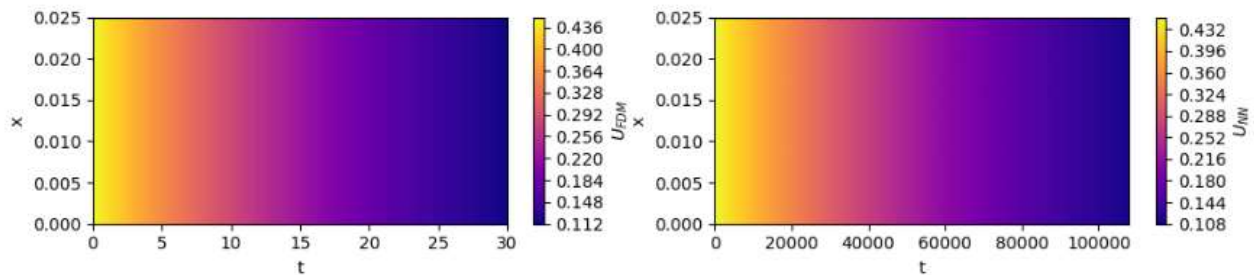


Рис. 1. Еволюція вологісних полів

Висновки. Розглянута одно- та двовимірні математичні моделі описує вологоперенос у пористих середовищах з урахуванням фрактальної структури матеріалу. Для цієї моделі розроблений фрактальний нейромережний метод, який дозволяє визначити еволюцію вологісних полів для різних значень дробових похідних у одновимірному випадку та отримати графічні залежності, що відображають стан процесу у певний момент часу. Отримані чисельні результати розв'язку моделі підтверджують адекватність методу та приводять до висновку, що диференціальні рівняння з дробовими похідними за часом та простором є більш ефективними для опису процесу сушіння деревини, ніж рівняння зі звичайними похідними.

Список використаних літературних джерел

- [1] Pang G., Lu L., and Karniadakis G. E. (2019). fPINNs: Fractional physics-informed neural networks. SIAM Journal on Scientific Computing, 41, pp. A2603–A2626.

Олександр Бовгиря, Олександр Овсяк*

магістрант кафедри КН, НЛТУ України, Львів, Україна.

obovhyr@gmail.com.

* д.т.н., професор кафедри КН, НЛТУ України, Львів, Україна.

ovsiak@ukr.net.